

大学1年生が取り組みやすい数学の分野一覧

線形代数学

難易度: ☆~☆☆ 前提知識: 特になし

ベクトル空間と線形写像の理論を学ぶ。行列の対角化や Jordan 標準形などを目標とする。いくら線形代数に習熟しても習熟しすぎることはないと思われる。

【教科書の一例】

- ・ 齋藤正彦「線型代数入門」
- ・ 佐武一郎「線型代数学」
- ・ 三宅敏恒「線形代数学」

群論

難易度: ☆ 前提知識: 線形代数学

対称性などの概念を抽象化した「群」という代数系を学ぶ。準同型定理や Sylow の定理などを通じて、抽象的な対象を構造的に分類する面白さに触れることができる。線形代数の知識としては、基本的な行列の計算が行えれば十分である。

【教科書の一例】

- ・ 雪江明彦「代数学 1 群論入門」
- ・ 桂利行「代数学 I 群と環」
- ・ 中島匠一「代数と数論の基礎」

環論

難易度: ☆ 前提知識: 線形代数学

足し算と掛け算の2つの演算を持つ「環」という代数系を学ぶ。イデアルの概念や剰余環の構成など、多項式や整数の性質を一般化して捉える視点を養う。線形代数の知識としては、基本的な行列の計算が行えれば十分である。

【教科書の一例】

- ・ 雪江明彦「代数学 2 環と体とガロア理論」
- ・ 桂利行「代数学 I 群と環」
- ・ 中島匠一「代数と数論の基礎」

体論・Galois 理論

難易度: ☆☆ 前提知識: 群論、環論、線形代数学

四則演算ができる「体」の拡大について学ぶ。方程式の可解性や図形の作図可能性といった古典的な問題を、群論に帰着して解決する Galois 理論は特に美しい。

【教科書の一例】

- ・ 雪江明彦「代数学 2 環と体とガロア理論」
- ・ 桂利行「代数学 III 体とガロア理論」
- ・ 足立恒雄「ガロア理論講義」

初等整数論

難易度: ☆ 前提知識: 特になし

素数の性質や合同式など、整数の基本的な性質を学ぶ分野。Fermat の小定理や平方剰余の相互法則、Pell 方程式などを扱うことが多い。

【教科書の一例】

- ・ 雪江明彦「整数論 1 初等整数論から p 進数へ」
- ・ 高木貞治「初等整数論講義」
- ・ 小野孝「数論序説」

集合論・位相空間論

難易度: ☆ 前提知識: 特になし (論理と集合)

現代数学の基礎となる「集合」と、極限や連続性といった概念を抽象化した「位相」を学ぶ。直感に頼らない厳密な証明のトレーニングとして最適であり、解析学や幾何学へ進むための必須科目である。

【教科書の一例】

- ・ 松坂和夫「集合・位相入門」
- ・ 内田伏一「集合と位相」
- ・ 梅原雅頭 / 一木俊助「これからの集合と位相」

曲線曲面論

難易度: ☆ 前提知識: 微分積分学、線形代数学

3次元空間内の曲線や曲面の局所的な性質を微分積分を用いて解析する。現代的な幾何学を学ぶ上での重要なアイデアが具体的に理解できる。前提知識はほとんど必要ないものと考えて差し支えない。Gauss-Bonnet の定理などを目標とする。

【教科書の一例】

- ・ 梅原雅頭 / 山田光太郎「曲線と曲面」
- ・ 小林昭七「曲線と曲面の微分幾何」

多様体論

難易度: ☆☆ 前提知識: 位相空間論、微分積分学、線形代数学

曲線や曲面を多次元に一般化し、局所的にユークリッド空間とみなせる図形「多様体」について学ぶ。現代幾何学の中心的なテーマであり、物理学 (相対性理論など) との関わりも深い。

【教科書の一例】

- ・ 坪井俊「幾何学 I 多様体入門」
- ・ 松本幸夫「多様体の基礎」
- ・ Loring W. Tu「トウー多様体」

微分積分学

難易度: ☆ 前提知識: 特になし

実数論（連続性など）を基礎から構築し、1変数および多変数の関数の微分・積分を厳密に扱う（解析入門）。 $\varepsilon - \delta$ 論法を用いた論理的で厳密な推論に慣れることから始める。

【教科書の一例】

- ・ 笠原皓司「微分積分学」
- ・ 杉浦光夫「解析入門 I」
- ・ 吹田信之 / 新保経彦「理工系の微分積分学」

複素関数論

難易度: ☆~☆☆ 前提知識: 微分積分学

複素平面上で定義された微分可能な関数（正則関数）を学ぶ。実関数とは異なり、1回微分可能であれば無限回微分可能となるなど強い性質を持つ。留数定理を用いた実積分の計算なども扱う。

【教科書の一例】

- ・ 神保道夫「複素関数入門」
- ・ 高橋礼司「複素解析」

Fourier 解析

難易度: ☆☆ 前提知識: 微分積分学、線形代数学

関数を三角関数の重ね合わせ（Fourier 級数・Fourier 変換）として表現する理論である。特に、その収束性や応用を議論する。偏微分方程式の解法から、現代の通信技術や画像処理に至るまで、極めて応用の広い分野である。

【教科書の一例】

- ・ 高橋陽一郎「実関数とフーリエ解析」
- ・ E.M. Stein / R. Shakarchi「フーリエ解析入門」

圏論

難易度: ☆☆ 前提知識: 特になし

数学の様々な構造（群、位相空間など）とそれらの変換（写像）を、対象と射という概念を用いて極めて抽象的な視点から統一的に扱う理論である。代数トポロジーなどの具体例を知っていると理解がしやすい。現代数学の俯瞰的な理解に役立つ。

【教科書の一例】

- ・ T. Leinster「ベーシック圏論」
- ・ S. MacLane「圏論の基礎」

数理論理学・公理的集合論

難易度: ? 前提知識: 素朴集合論

数学を記述する「言葉」そのものを厳密に定義し、パラドックスを回避しつつ ZFC 公理系から集合を構築する。不完全性定理などがハイライト。

【教科書の一例】

- ・ 鹿島亮「数理論理学」
- ・ 新井敏康「数学基礎論」